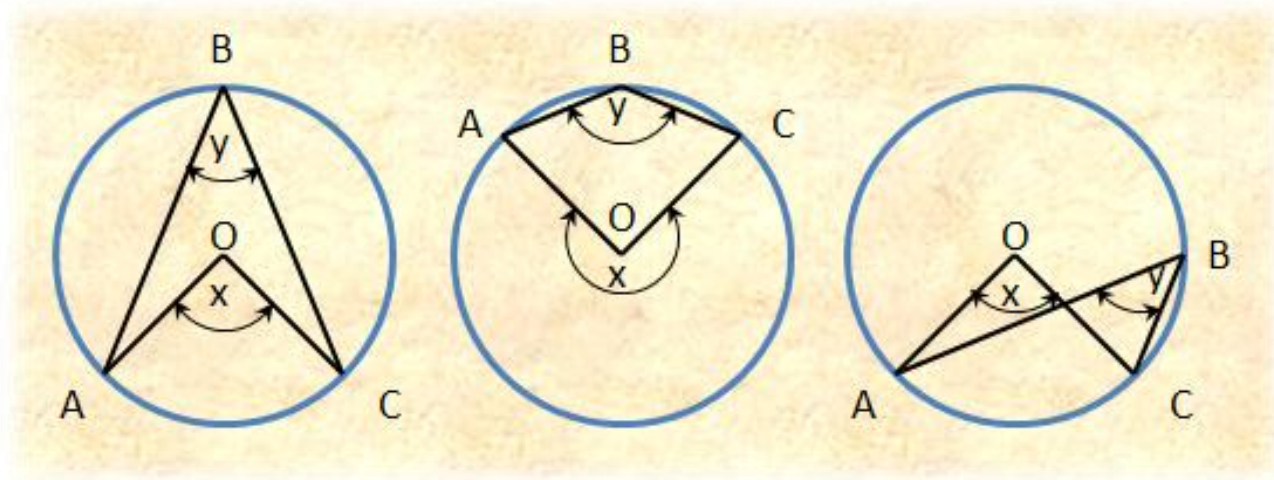
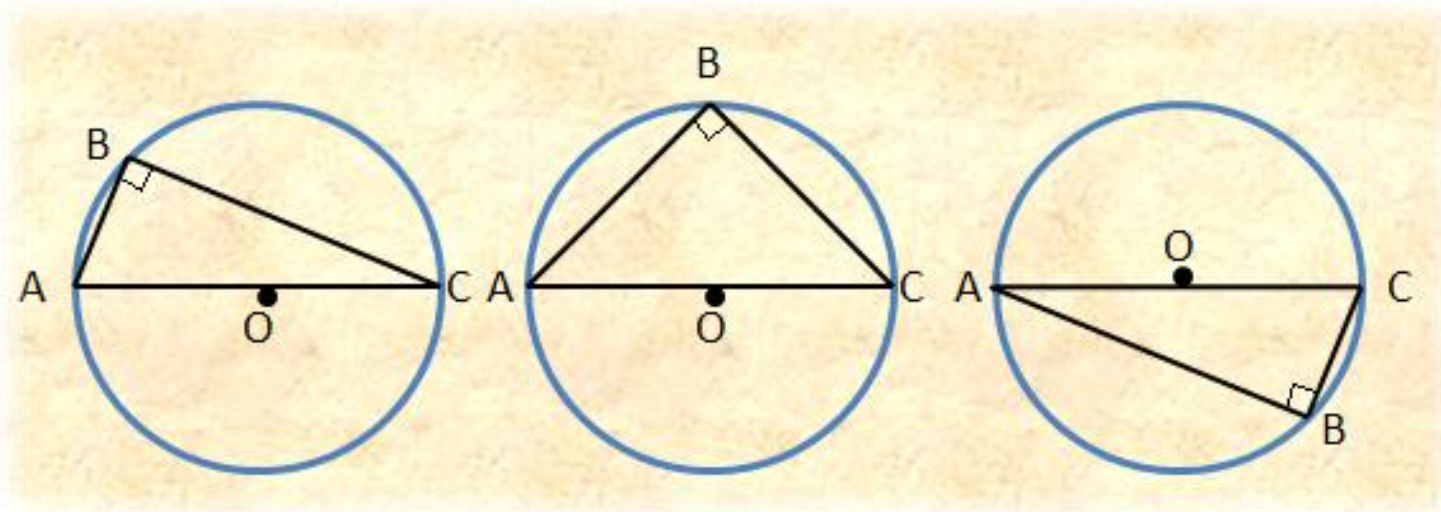


Sudut-sudut dalam bulatan

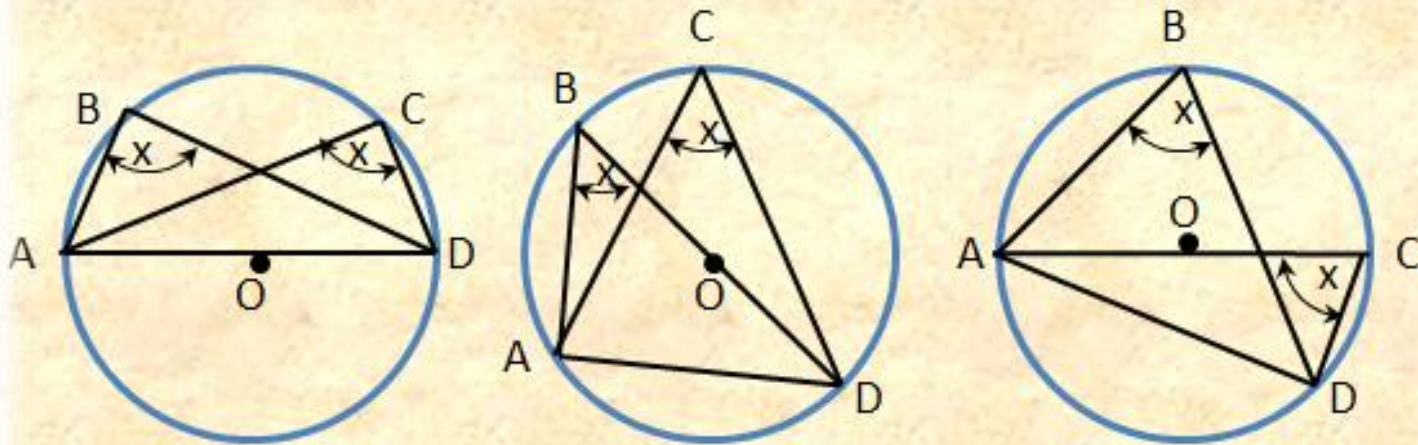


Sudut yang dicangkum di pusat bulatan oleh satu lengkok adalah dua kali sudut yang dicangkum oleh lengkok itu di lilitan bulatan.

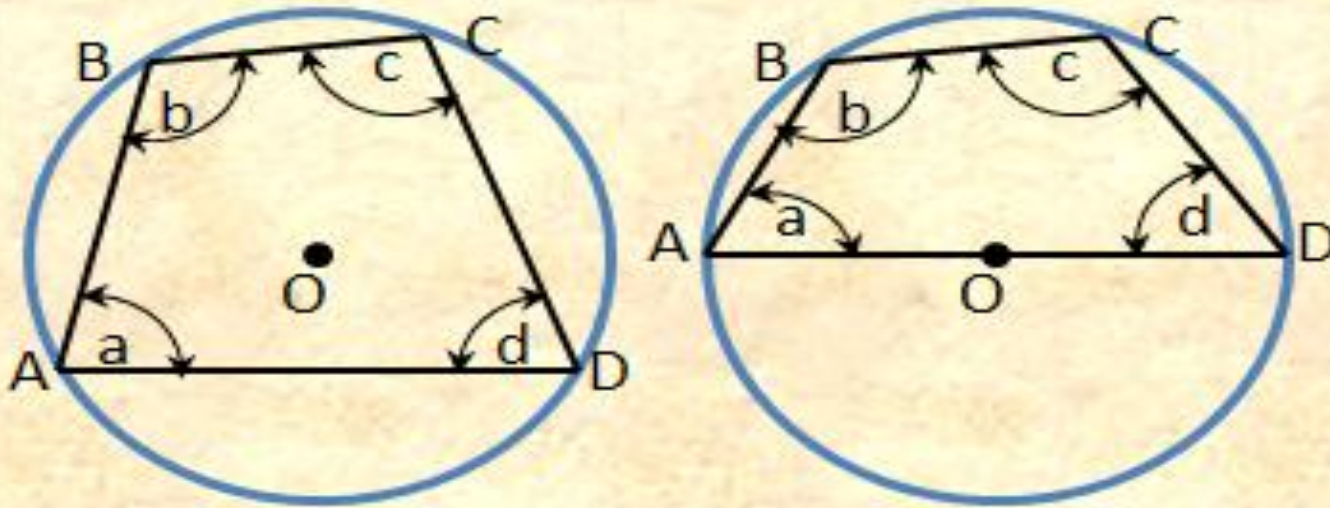
$$y^\circ = 2x^\circ$$



Sudut dalam semibulatan ialah 90° atau sudut tegak
sudut $ABC = 90^\circ$.



Sudut-sudut pada lilitan bulatan berdiri di atas arka sama sama sudut $ABD = \text{sudut } ACD$.

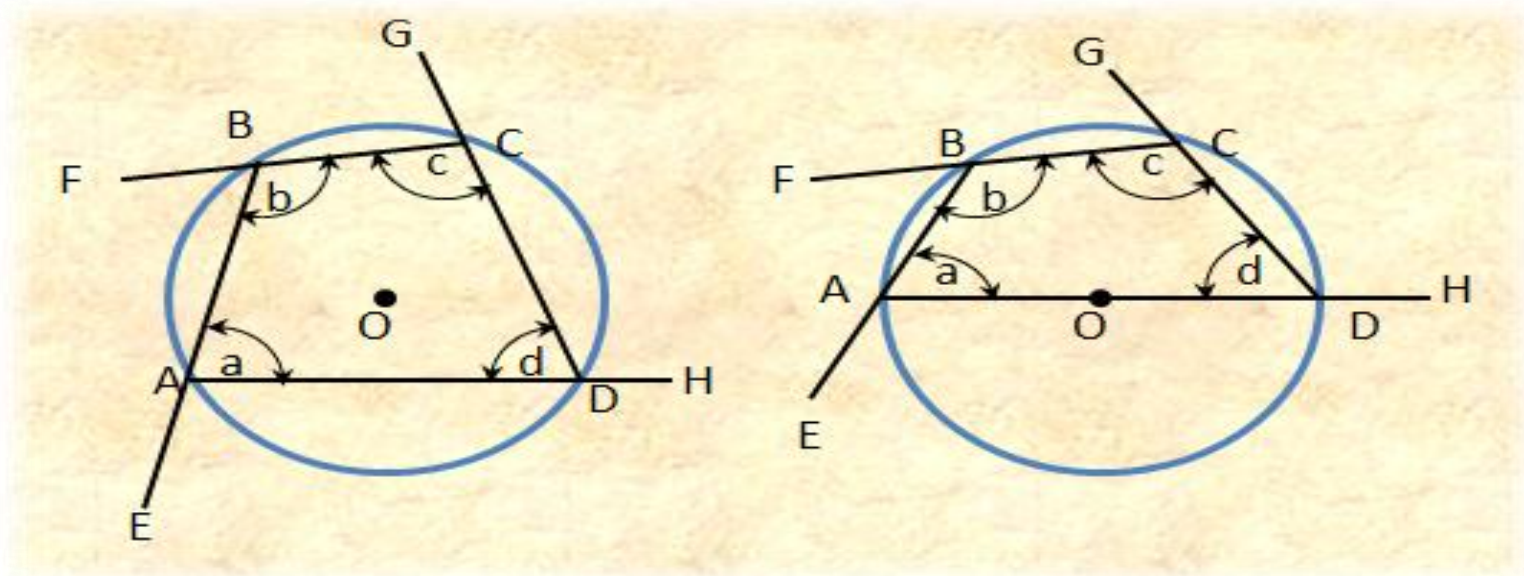


Hasil tambah sudut-sudut pedalaman bertentangan dalam sisiempat kitaran ialah 180°

$$a + c = 180^\circ$$

$$b + d = 180^\circ$$

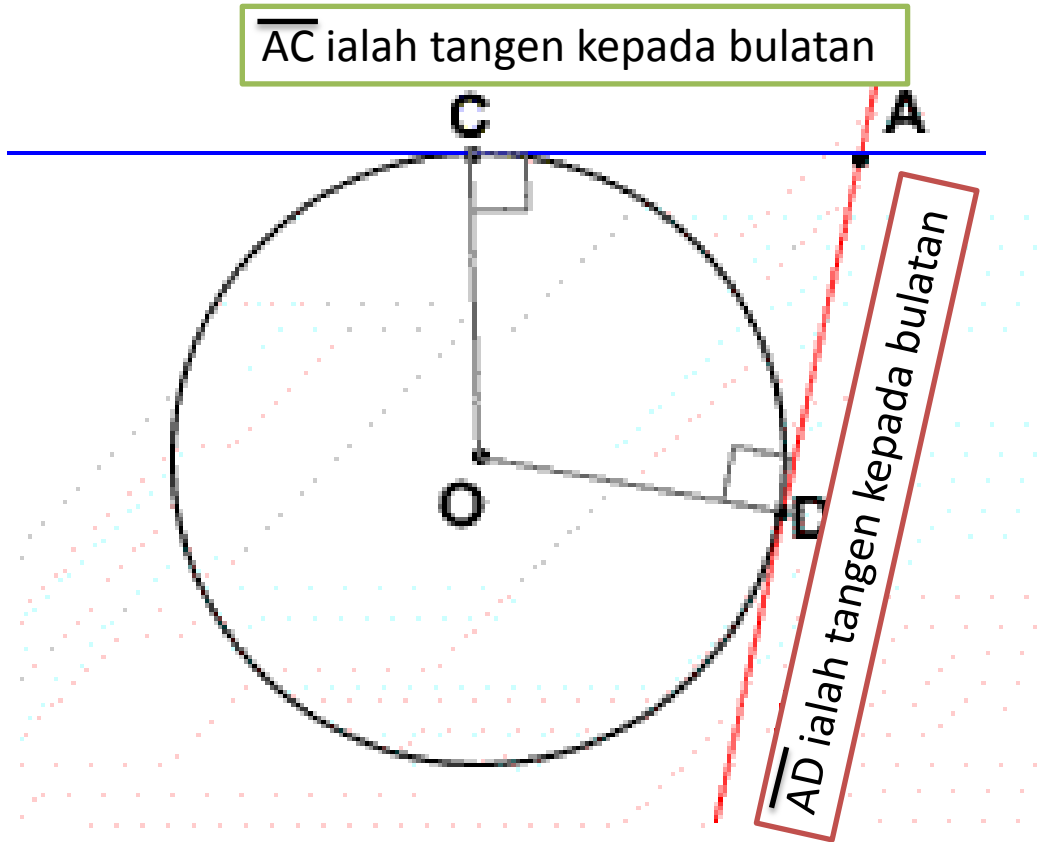
$$\text{Maka, } a + b + c + d = 360^\circ$$



Sudut peluaran sisiempat kitaran adalah sama dengan sudut pedalaman bertentangan

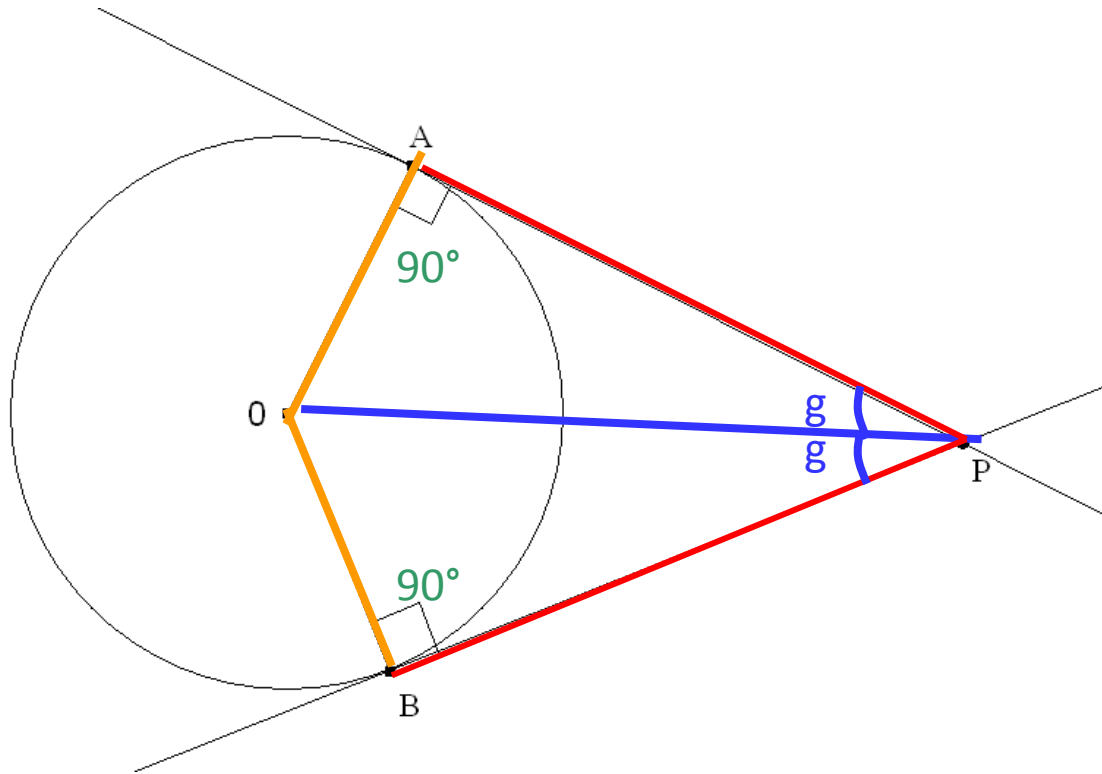
Sudut $GCB = a^\circ$, sudut $HDC = b^\circ$, sudut $EAD = c^\circ$, dan sudut $FBA = d^\circ$.

Tangen



Tangen kepada bulatan ialah garis lurus yang menyentuh bulatan itu pada satu titik sahaja. Jika garis tangen dipanjangkan ia tidak akan menyentuh atau memotong bulatan lagi pada titik lain.

Tangen sepunya kepada dua bulatan bersentuh



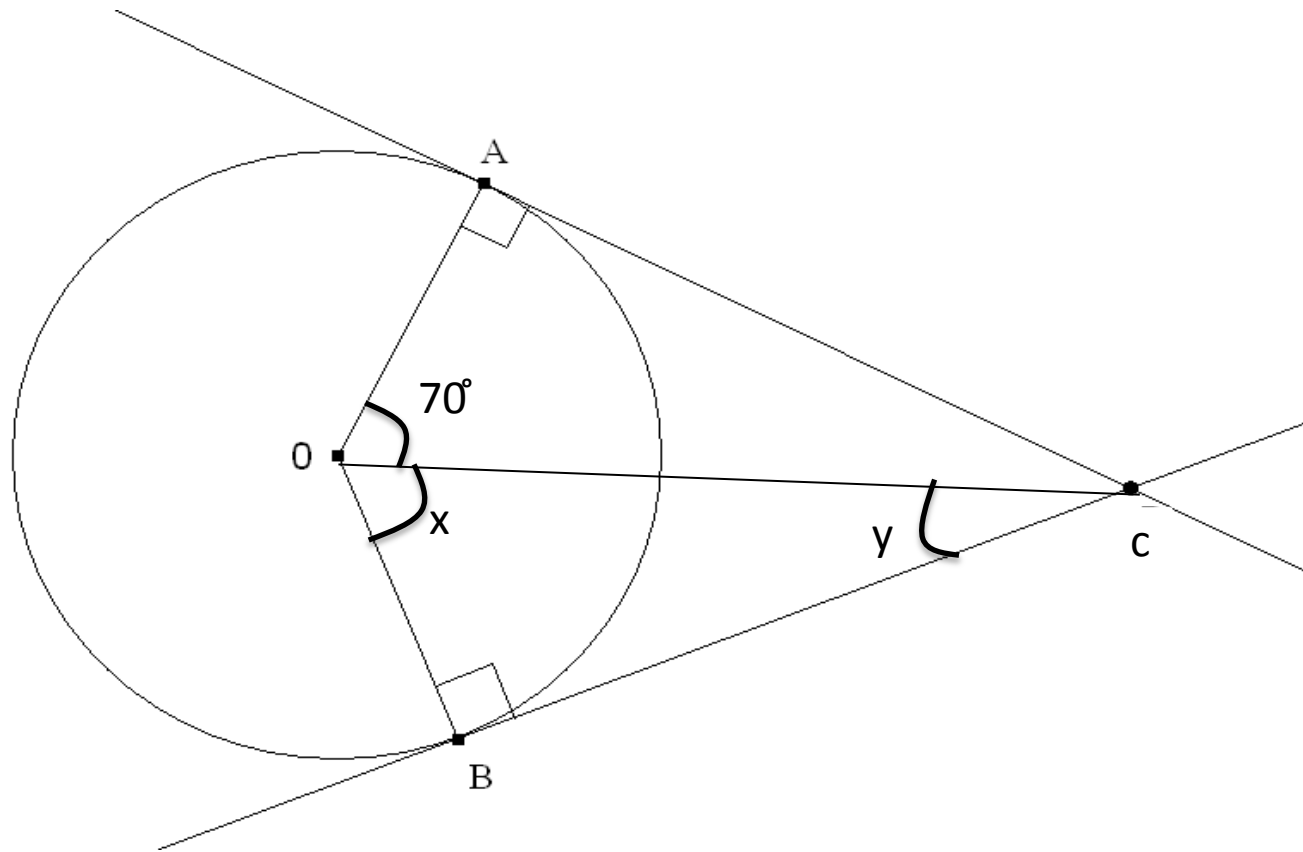
Tangen ialah sama
 $PA = PB$

Kedua-dua
 $\angle APO = \angle BPO$

$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

$AO = BO$

Contoh



Dalam rajah sebelah, AC dan BC adalah dua tangen pada bulatan

- Jika $\angle AOC = 70^\circ$, cari nilai x and y
- Kira BC jika $OA = 6 \text{ cm}$ dan $OC = 10 \text{ cm}$

a) $\angle AOC = \angle BOC$

Maka, $x = 70^\circ$

$$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$$

$$x + 90^\circ + \angle OCB = 180^\circ$$

$$180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

Maka, $\angle OCB = 20^\circ$

$$y = 20^\circ$$

Jadi, $x = 70^\circ$ dan $y = 20^\circ$

b) $OA = OB$

$$OB = 6\text{cm}$$

$$OB^2 + BC^2 = OC^2$$

$$6^2 + BC^2 = 10^2$$

$$BC^2 = 100 - 36$$

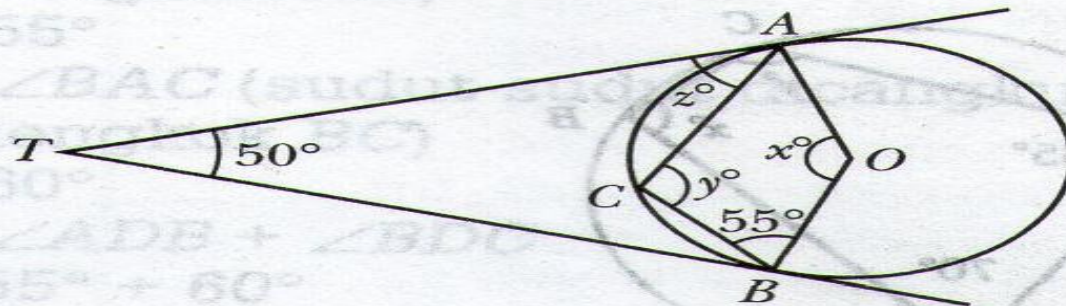
$$= 64$$

$$BC = \sqrt{64}$$

$$BC = 8$$

Maka $BC = 8\text{cm}$

CONTOH



Dalam rajah, tangen-tangen kepada sebuah bulatan dari titik T menyentuh bulatan berpusat di A dan B . Hitungkan:

- (a) x
- (b) y
- (c) z .

Penyelesaian

(a) $x + 50^\circ = 180^\circ$
 $x = 180^\circ - 50^\circ$
 $= 130^\circ$

(b) Sudut refleks $AOB = 360^\circ - 130^\circ$
 $= 230^\circ$

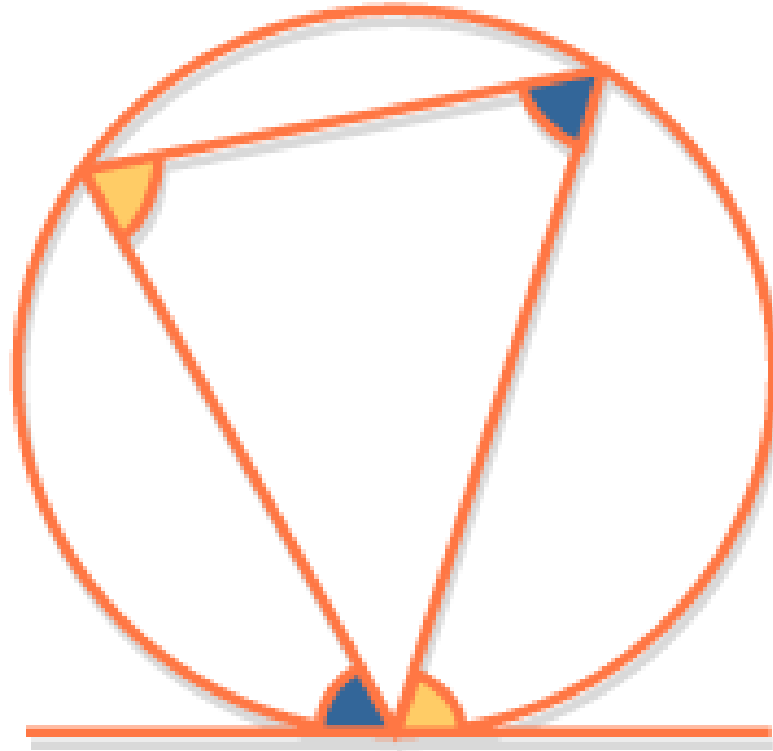
$$\therefore y = \frac{230^\circ}{2}$$
$$= 115^\circ$$

(sudut di pusat = 2 kali sudut pada lilitan)

(c) Dalam sisiempat $OACB$,
 $\angle OAC = 360^\circ - 55^\circ - 115^\circ - 130^\circ$
 $= 60^\circ$

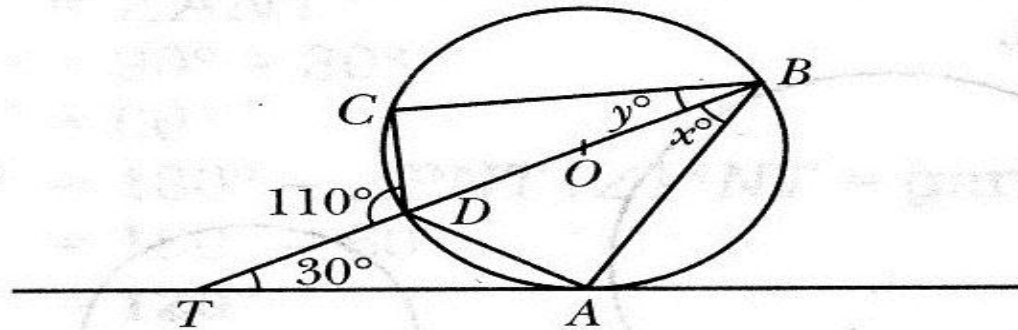
$$\therefore z = 90^\circ - 60^\circ$$
$$= 30^\circ \text{ (tangen } \perp \text{ jejari)}$$

SUDUT – SUDUT DALAM TEMBERENG SELANG-SELI



Sudut di antara tangen dengan perentas yang melalui titik sentuhan tangen adakah sama dengan sudut dalam tembereng selang-seli yang dicakum oleh perentas itu.

CONTOH



Dalam rajah di atas, TA ialah tangen kepada bulatan $ABCD$ yang berpusat O . $TDOB$ ialah garis lurus. Hitungkan:

- (a) nilai x .
- (b) nilai y .

Penyelesaian

- (a) $\angle ABD = \angle DAT$ (sudut dalam tembereng selang-seli)
- $\angle DAB = 90^\circ$ (sudut dalam semibulatan)

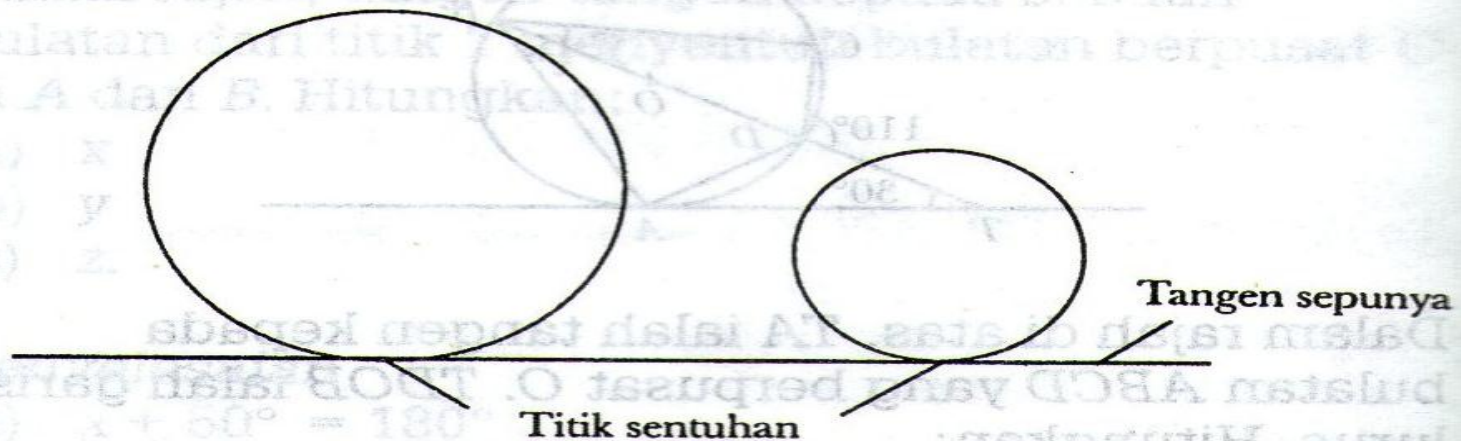
\therefore Dalam $\triangle TAB$,
 $\angle BTA + \angle TAB + \angle ABT = 180^\circ$
(Jumlah sudut dalam segitiga)

$$\begin{aligned} 30^\circ + (x + 90^\circ) + x &= 180^\circ \\ 120^\circ + 2x &= 180^\circ \\ 2x &= 180^\circ - 120^\circ \\ &= 60^\circ \\ x &= 30^\circ \end{aligned}$$

- (b) $\angle TDC = \angle DCB + \angle CBD$
(sudut peluaran segitiga)
- $110^\circ = 90^\circ + y$
- $\therefore y = 110^\circ - 90^\circ$
 $= 20^\circ$

TANGEN SEPUNYA

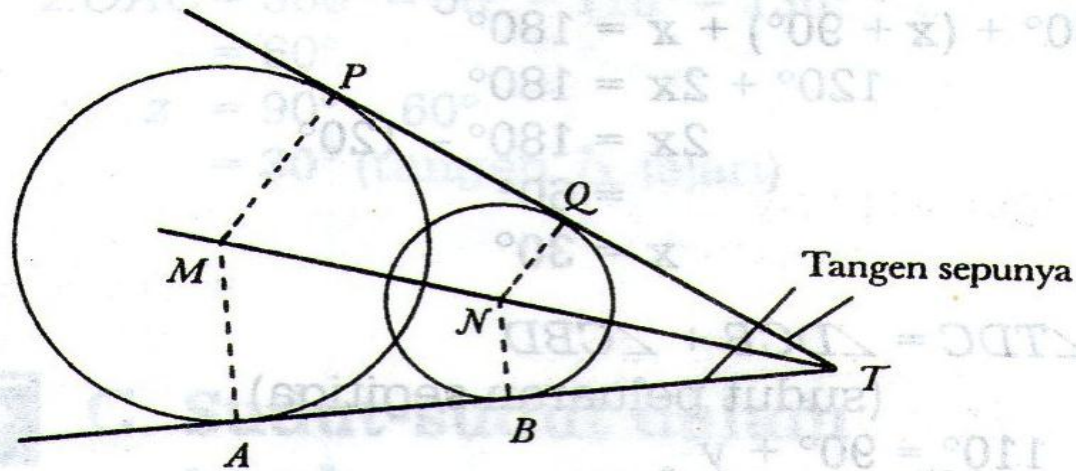
1 Tangen sepunya kepada dua bulatan ialah suatu garis lurus yang menyentuh kedua-dua bulatan itu masing-masing pada satu titik sahaja.



2 Tangen sepunya boleh dilukis kepada **dua bulatan** yang:

- (a) bersilang
- (b) bersentuhan
- (c) terasing

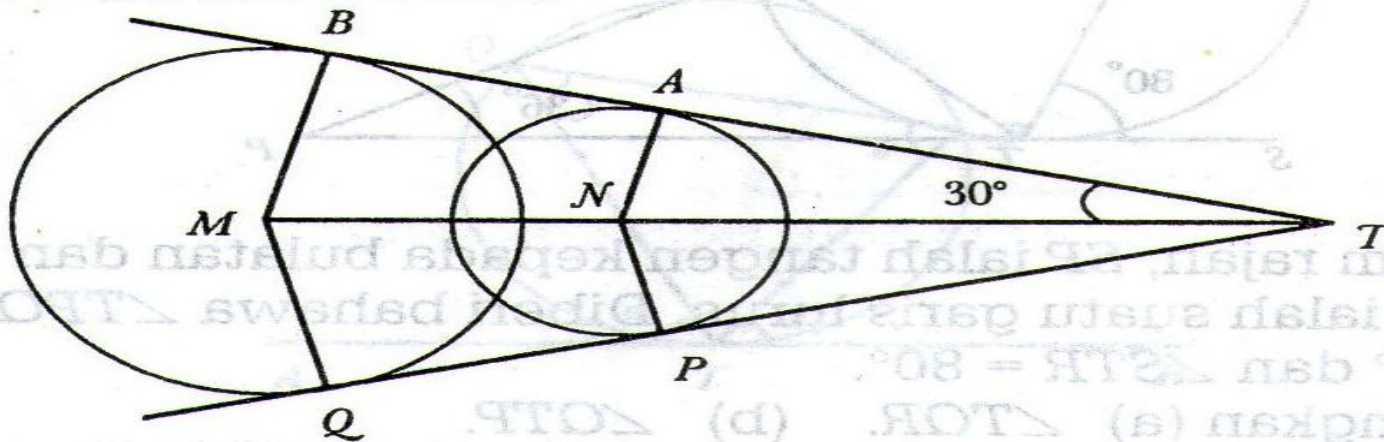
Tangen sepunya kepada dua bulatan bersilang



Sifat-sifat tangen sepunya kepada dua bulatan bersilang ialah

- (a) bilangan tangen sepunya ialah dua.
- (b) $AB = PQ$.
- (c) TNM adalah segaris.

CONTOH



Dalam rajah, TAB dan TPO ialah tangen sepunya kepada kedua-dua bulatan yang berpusat M dan N . Diberi $\angle BTM = 30^\circ$. Carikan:

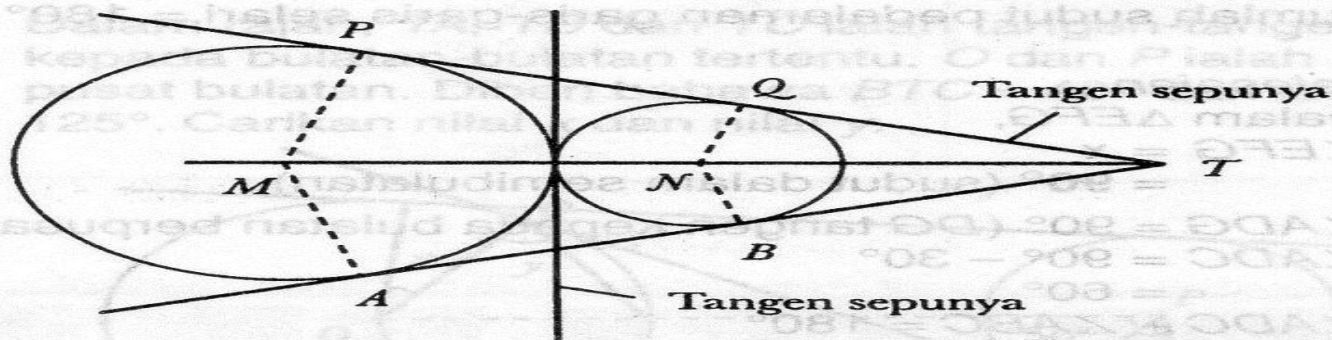
- (a) $\angle MTQ$.
- (b) $\angle MNP$.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } \angle BTM &= \angle MTQ \text{ (} BT \text{ dan } QT \text{ = tangen} \\ &\text{sepunya)} \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$

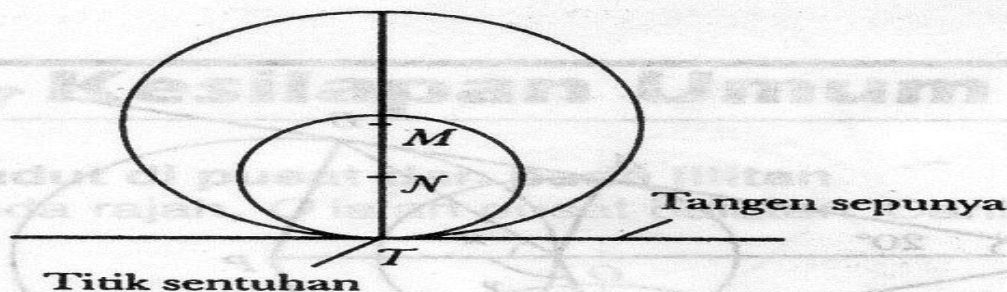
$$\begin{aligned} \text{(b) } \angle PNT &= \angle ANT \\ &= 90^\circ - 30^\circ \\ &= 60^\circ \\ \angle MNP &= 180^\circ - \angle PNT \text{ (} \angle MNT \text{ = garis lurus)} \\ &= 180^\circ - 60^\circ \\ &= 120^\circ \end{aligned}$$

Tangen sepunya kepada dua bulaatn bersentuh



1 Tangen sepunya kepada dua bulatan bersentuh di sebelah luar mempunyai sifat-sifat berikut.

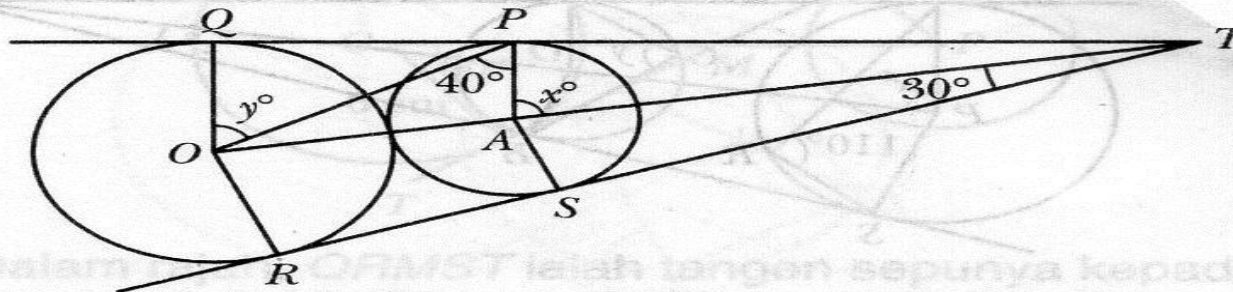
- (a) Bilangan tangen sepunya ialah tiga.
- (b) $AB = PQ$
- (c) TNM adalah segaris.



2 Tangen sepunya kepada dua bulatan yang bersentuh di sebelah dalam mempunyai sifat-sifat berikut.

- (a) Bilangan tangen sepunya ialah satu.
- (b) MNT adalah segaris.

CONTOH



Dalam rajah di atas, TPQ dan TSR ialah tangen-tangen sepunya kepada dua bulatan berpusat O dan A masing-masing. Diberi $\angle OTR = 30^\circ$ dan $\angle APO = 40^\circ$. Carikan:

- (a) x . (b) y .

Penyelesaian

- (a) $\angle STA = \angle PTA = 30^\circ$
(TS dan TP tangen sepunya)

Dalam $\triangle ATP$, $\angle APT = 90^\circ$ (TP tangen)

$$\begin{aligned} x &= \angle PAT \\ &= 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ \\ &= 60^\circ \end{aligned}$$

- (b) Dalam $\triangle OAP$,

$$\angle POA + \angle OPA = \angle PAT \quad (\angle \text{peluaran } \triangle)$$

$$\angle POA = \angle PAT - \angle OPA$$

$$= 60^\circ - 40^\circ$$

$$= 20^\circ$$

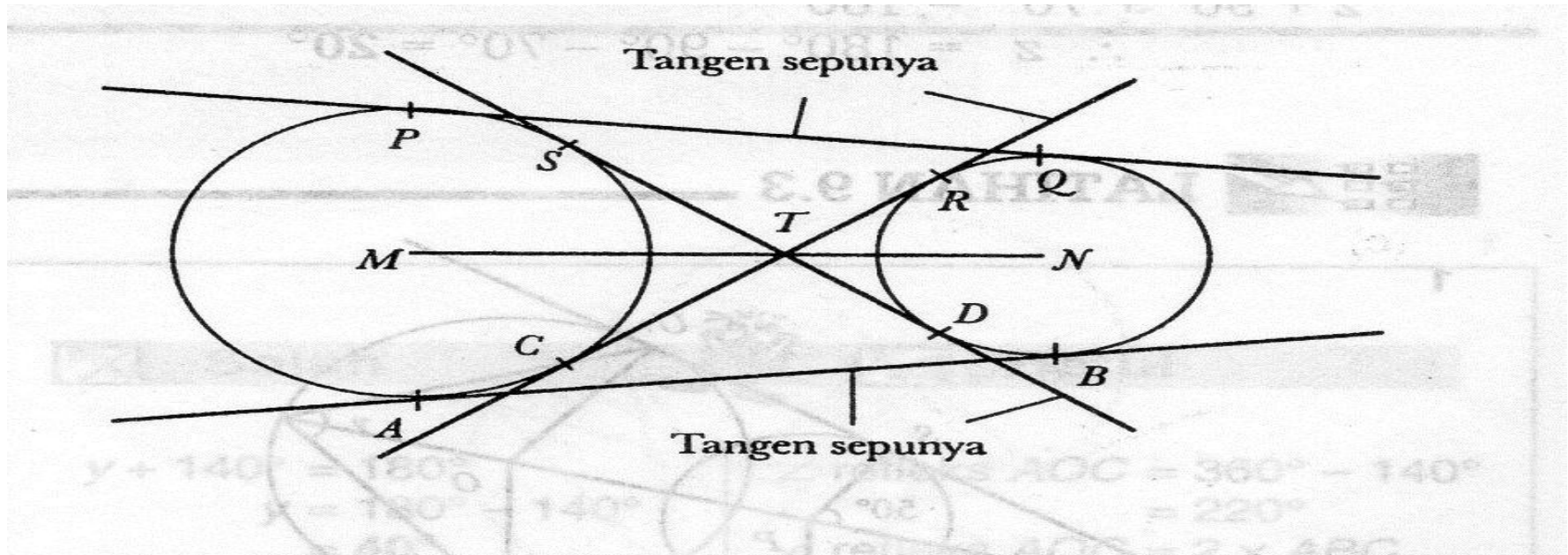
$$\angle QOA = \angle PAT = 60^\circ \quad (OQ \parallel AP)$$

$$\therefore y = \angle QOA - \angle POA$$

$$= 60^\circ - 20^\circ$$

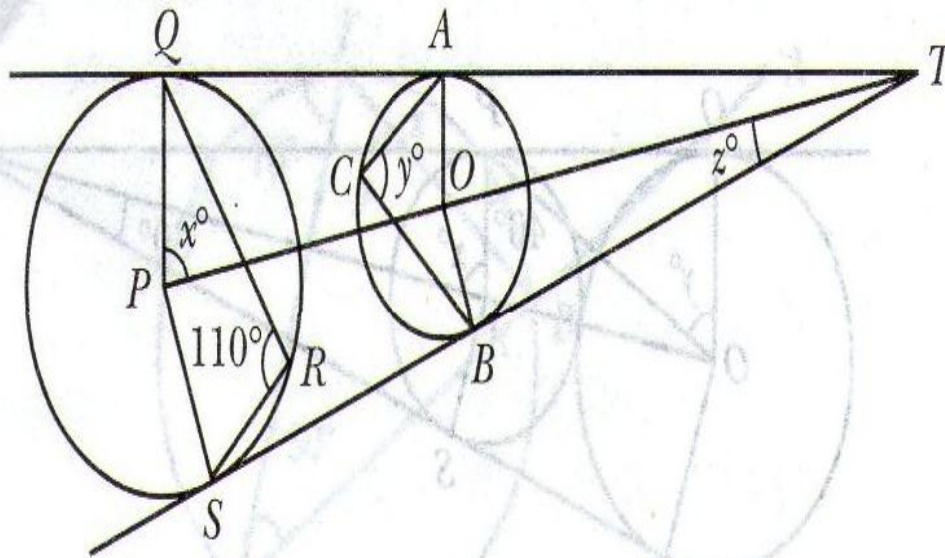
$$= 40^\circ$$

Tangen sepunya kepada dua bulatan terasing



- 1** Tangen sepunya kepada dua bulatan terasing mempunyai sifat-sifat berikut.
- (a) Bilangan tangen sepunya ialah empat.
 - (b) $PQ = AB$
 $CR = DS$
 - (c) MTN adalah segaris.

CONTOH



Dalam rajah di atas, TAQ dan TBS ialah tangen sepunya kepada bulatan-bulatan ABC dan QRS yang berpusat O dan P masing-masing. Diberi $\angle QRS = 110^\circ$, carikan:

(a) x .

(b) y .

(c) z .

Penyelesaian

(a) \angle refleks $QPS = 2 \times \angle QRS$
(sudut pusat bulatan = $2 \times$ sudut pada lilitan)
 $= 2 \times 110^\circ = 220^\circ$

$$\angle QPT = \angle SPT = x$$

(QT dan ST tangen kepada bulatan)

$$\therefore \angle \text{refleks } QPS + \angle QPT + \angle SPT = 360^\circ$$

(Jumlah sudut pada satu titik)

$$220^\circ + x + x = 360^\circ$$

$$\therefore 2x = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

$$\therefore x = 70^\circ$$

(b) \angle cakam $AOB = \angle$ cakam QPS ($PQ \parallel QA$) = 140°

$$y = \angle ACB = \frac{1}{2} \angle \text{cakam } AOB$$

(sudut pada lilitan = $\frac{1}{2}$ sudut pada pusat bulatan)

$$= \frac{1}{2} \times 140^\circ$$

$$\therefore y = 70^\circ$$

Dalam $\triangle PST$,

$$\angle PTS + \angle PST + \angle SPT = 180^\circ$$

(Jumlah sudut dalam segitiga)

$$z + 90^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore z = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$