Pengembangan dan Pemfaktoran

1. Expansion / *Pengembangan*
   a) $a(b+c) = ab + ac$
   b) $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$
   c) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
   d) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
   e) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
2. Factorisation / *Pemfaktoran*
   a) $ab + ac = a(b+c)$
   b) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
   c) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
   d) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
   e) $ac + ad + bc + bd = (a+b)(c+d)$

(13) QUADRATIC EXPRESSIONS AND EQUATIONS
PERSAMAAN KUADRATIK DAN UNGKAPAN

(a) Kembangan – Expanding Brackets

$(a-b)(c+d)$ $= ac + ad - bc - bd$	$(a-b)(c-d)$ $= ac - ad - bc + bd$	$(a+b)(a+c)$ $= a^2 + ac + ab + bc$	$(a+b)(a-c)$ $= a^2 - ac + ab - bc$
Example : $(2x-1)(x+1)$ $= 2x^2 + 2x - x - 1$ $= 2x^2 + x - 7$	**Example** : $(3x-1)(2x-7)$ $= 6x^2 - 21x - 2x + 7$ $= 6x^2 - 23x + 20$	**Example** : $(x+2)(x+3)$ $= x^2 + 3x + 2x + 6$ $= x^2 + 5x + 6$	**Example** : $(x+5)(x-4)$ $= x^2 - 4x + 5x - 20$ $= x^2 + x - 20$

$(a+b)^2$ $= a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2$ $= a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b)$ $= a^2 - b^2$	$a(b+c-d)$ $= ab + ac - ad$
Example : $(m+3)^2$ $= m^2 + 6m + 9$	**Example** : $(3x-2y)^2$ $= 9x^2 - 12xy + 4y^2$	**Example** : $(2x+1)(2x-1)$ $= 4x^2 - 1$	**Example** : $3p(4q-p+4)$ $= 12pq - 3p^2 + 12p$

(b) Faktorkan – Factorization

$ax + ay$ $= a(x+y)$	$a^2 - b^2$ $= (a+b)(a-b)$	$= ab + ac + bd + cd$ $= a(b+c) + d(b+c)$ $= (b+c)(a+d)$	$a(b-c) + d(c-b)$ $= a(b-c) - d(b-c)$ $= (b-c)(a-d)$
Example : $5 - 30k$ $= 5(1-6k)$ **Example 2** : $18pq - 15q$ $= 3q(6p-5)$	**Example** : $81 - 64d^2$. $= 9^2 - 8^2 d^2$ $= (9+8d)(9-8d)$ **Example 2** : $2x^2 - 72$ $= 2(x^2 - 36)$ $= 2(x+6)(x-6)$	**Example** : $2m + 2n + mn + n^2$ $= 2(m+n) + n(m+n)$ $= (m+n)(2+n)$ **Example 2** : $cd + 5c - d - 5$ $= c(d+5) - (d+5)$ $= (d+5)(c-1)$	**Example** : $8eu - 2ew + fw - 4fu$ $= 2e(4u-w) + f(w-4u)$ $= 2e(4u-w) - f(4u-w)$ $= (4u-w)(2e-f)$ **Example 2** : $pq - q^2 - 4q + 4p$ $= q(p-q) - 4(q-p)$ $= q(p-q) + 4(p-q)$ $= (p-q)(q+p)$

(c) Penyelesaian kaedah faktor darab bersilang – Solving quadratic equations

Example 1 : $x^2 + 9x + 20 = 0$ $\begin{array}{cc\|c} x & 4 & 4x \\ x & 5 & 5x \\ \hline x^2 & 20 & 9x \end{array}$ $(x+4)(x+5) = 0$ $x = -4, \quad x = -5$	**Example 2** : $q^2 - 18q + 45 = 0$ $\begin{array}{cc\|c} q & -3 & -3q \\ q & -15 & -15q \\ \hline q^2 & 45 & -18q \end{array}$ $(q-3)(q-15) = 0$ $q = 3, \quad q = 15$	**Example 3** : $2n^2 + 9n - 5 = 0$ $\begin{array}{cc\|c} 2n & -1 & -n \\ n & 5 & 10n \\ \hline 2n^2 & -5 & 9n \end{array}$ $(2n-1)(n+5) = 0$ $n = \frac{1}{2}, \quad n = -5$	**Example 4** : $12k^2 - 5k - 3 = 0$ $\begin{array}{cc\|c} 3k & 1 & 4k \\ 4k & -3 & -9k \\ \hline 12k^2 & -3 & -5k \end{array}$ $(3k+1)(4k-3) = 0$ $k = -\frac{1}{3}, \quad k = \frac{3}{4}$

Ungkapan Algebra

Matematik Tingkatan 3

BAB 6: UNGKAPAN ALGEBRA III

KEMBANGAN (*EXPANSION*)

Apabila satu ungkapan algebra linear didarab dengan satu sebutan algebra atau satu nombor, kembangan boleh dilakukan seperti berikut:

$$\boxed{x(x+y) = x^2 + xy}$$

Contoh:

$2(m-n) = 2m - 2n$
$3(2+4x) = 6 + 12x$
$5a(-3b+a) = -15ab + 5a^2$

Apabila dua ungkapan algebra linear didarabkan, kembangan boleh dilakukan seperti berikut:

$$\boxed{(x+y)(x+y) = x^2 + 2xy + y^2}$$

Contoh:

$$\begin{aligned}(3a+b)(2a-3b) &= 6a^2 - 6ab + 2ab - 3b^2 \\ &= 6a^2 - 4ab - 3b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4p-q)^2 &= (4p-q)(4p-q) \\ &= 16p^2 - 4pq - 4pq + q^2 \\ &= 16p^2 - 8pq + q^2\end{aligned}$$

PEMFAKTORAN (*FACTORISATION*)

Apabila satu sebutan algebra dibahagi oleh satu nombor atau satu sebutan algebra, nombor atau sebutan algebra itu dikenali sabagai faktor.

Faktor sepunya bagi sebutan-sebutan algebra ialah faktor bagi semua sebutan algebra dan faktor sepunya terbesar (*highest common factor*) ialah faktor terbesar antara semua faktor tersebut.

Pemfaktoran adalah proses songsang bagi kembangan.

Formula bagi pemfaktoran adalah seperti berikut:

$$\boxed{\begin{aligned} x^2 + 2xy + y^2 &= (x+y)^2 \\ x^2 - 2xy + y^2 &= (x-y)^2 \\ x^2 - y^2 &= (x+y)(x-y) \end{aligned}}$$

Contoh:

$$\begin{aligned} q^2 + 6q + 9 &= q^2 + 2(3)q + 3^2 \\ &= (q+3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4p^2 - 4p + 1 &= (2p)^2 + 2(2p)(1) + 1^2 \\ &= (2p-1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4r^2 - 1 &= (2r)^2 - 1^2 \\ &= (2r-1)(2r+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2su - tv - sv + 2tu \\ &= 2su - sv + 2tu - tv \\ &= s(2u - v) + t(2u - v) \\ &= (s+t)(2u - v) \end{aligned}$$

PENAMBAHAN DAN PENOLAKAN PECAHAN ALGEBRA

Untuk menambahkan atau menolakkan dua pecahan algebra:

1. Pastikan kedua-dua pecahan algebra mempunyai penyebut yang sama.
2. Tambahkan atau tolakkan pengangka dengan mengekalkan penyebut.
3. Permudahkan pecahan algebra dalam bentuk termudah.

Contoh: Permudahkan setiap yang berikut

a) $\frac{5b}{2a} + \frac{b}{2a}$

$= \frac{5b+b}{2a}$

$= \frac{6b}{2a}$

$= \frac{3b}{a}$

b) $\frac{3(c+d)}{2c+d} - \frac{c+2d}{2c+d}$

$= \frac{3(c+d)-(c+2d)}{2c+d}$

$= \frac{3c+3d-c-2d}{2c+d}$

$= \frac{2c+d}{2c+d}$

$= 1$

PENDARABAN DAN PEMBAHAGIAN PECAHAN ALGEBRA

Jika terdapat faktor sepunya dalam pengangka dan penyebut apabila mendarabkan dua pecahan algebra, kita boleh mempermudahkan pecahan algebra dengan membahagikan pengangka dan penyebut dengan faktor sepunya (permudah dalam sebutan terendah). Kemudian, darabkan pengangka dengan pengangka dan penyebut dangan penyebut.

Contoh: Permudahkan setiap yang berikut

a) $\frac{mn}{9} \times \frac{3m}{2n}$

$= \frac{m\cancel{n}}{\cancel{9}_{3}} \times \frac{\cancel{3}^{1}m}{2\cancel{n}}$

$= \frac{m}{3} \times \frac{m}{2}$

$= \frac{m^2}{6}$

b) $\frac{ab^2}{a+b} \times \frac{2a+b}{3b}$

$= \frac{ab^{\cancel{2}}}{a+b} \times \frac{2a+b}{3\cancel{b}}$

$= \frac{ab}{a+b} \times \frac{2a+b}{3}$

$= \frac{ab(2a+b)}{3(a+b)}$

$= \frac{2a^2b+ab^2}{3a+3b}$

(8) ALGEBRAIC FRACTIONS – Pecahan Ungkapan Algebra

Example 1 :	**Example 2** :	**Example 3** :	**Example 4** :
$\frac{1\,^{(3v)}}{5m\,_{(3v)}} - \frac{5-2v}{15mv}$	$\frac{1\,^{(3m)}}{2m\,_{(3m)}} - \frac{m+2}{6m^2}$	$\frac{3\,^{(p)}}{2m\,_{(p)}} - \left(\frac{1-\frac{1}{2}p}{mp}\right)^{2}_{2}$	$\frac{2}{x+3} - \frac{x+5}{x^2-9}$
$= \frac{3v - (5 - 2v)}{15mv}$	$= \frac{3m - (m+2)}{6m^2}$	$= \frac{3p - 2(1 - \frac{1}{2}p)}{2mp}$	$= \frac{2\,^{(x-3)}}{x+3\,_{(x-3)}} - \frac{x+5}{x^2-9}$
$= \frac{3v - 5 + 2v}{15mv}$	$= \frac{3m - m - 2}{6m^2}$	$= \frac{3p - 2 + p}{2mp}$	$= \frac{2(x-3) - (x+5)}{x^2-9}$
$= \frac{5v - 5\ \div 5}{15mv\ \div 5}$	$= \frac{2m - 2\ \div 2}{6m^2\ \div 2}$	$= \frac{4p - 2\ \div 2}{2mp\ \div 2}$	$= \frac{2x - 6 - x - 5}{x^2 - 9}$
$= \frac{v - 1}{3mv}$	$= \frac{m - 1}{3m^2}$	$= \frac{2p - 1}{mp}$	$= \frac{x - 11}{x^2 - 9}$